

nämlich  $C_6$ , direkt aus seiner Potenzreihenentwicklung (9b) berechnet haben, und dann die niederen  $C_n$  durch Anwendung der Rekursionsformel (12a) in umgekehrter Richtung, also in der Form

$$C_{n-1}(\varrho) = \frac{1}{n} (\varrho C_n + e^{-\varrho}) \tag{12c}$$

bestimmten. Eine Probe bezüglich der Genauigkeit der so erhaltenen Werte ergab sich daraus, daß die so berechneten  $C_0$  bis auf wenige Einheiten der 7. Dezimale mit den nach (12b) direkt berechneten übereinstimmten. Alle Zahlen wurden dann auf sechs Dezimalen abgerundet. Zur Erleichterung der Interpolation sind in der Tabelle auch die ersten Differenzen mit angegeben.

Als Beispiel der Überlegenheit der Darstellung (10) berechnen wir den Wert des Integrals  $K_{2s2s}$  für  $\varrho = \frac{1}{8}$  und  $\varrho = \frac{1}{4}$  mit den A-Funktionen (3a), mit der expliziten Darstellung (3b) und mit den C-Funktionen (10). In allen Fällen wird mit fünf geltenden Ziffern gerechnet. Man erhält dann

	$K_{2s2s}/\zeta_{2s}$		
	nach (3a)	nach (3b)	nach (10)
$\varrho = \frac{1}{8}$	0,49993	0,5000	0,49997628
$\varrho = \frac{1}{4}$	0,4998	0,49980	0,4998126
$(\zeta_\alpha = \zeta_\beta = \zeta = \zeta_{2s})$			

Beide Male gibt (10) einen wesentlich genaueren Wert des Integrals. Oder, wollte man die gleiche Genauigkeit mit (3a,b) erreichen, so müßte man

dort die Ausgangswerte mit wesentlich mehr als fünf geltenden Ziffern in die Rechnung einführen. Es kommt häufig vor, daß man die Übergangs-Integrale für Werte der Variablen  $\varrho$  benötigt, die nicht in den Tabellen enthalten sind.

Man muß also interpolieren. Nun zeigen aber (10), (11), daß in der Potenzreihenentwicklung nach  $\varrho$  am Anfang eine Reihe von Potenzen fehlen. So verhält sich z. B.  $K_{2s2s}$  in der Umgebung von  $\varrho = 0$  wie

$$K_{2s2s} = C_1 - C_2 \varrho^4 + \dots, \tag{13}$$

die Kurve  $K_{2s2s}(\varrho)$  verläuft also dort sehr flach. Das hat zur Folge, daß zwar die *ersten* Differenzen sehr klein sind, die *zweiten und höheren* Differenzen dagegen immer größer werden. Eine normale Interpolation ist hier gar nicht möglich, da diese voraussetzt, daß die höheren Differenzen sehr schnell kleiner werden, so daß man sie von einer gewissen Ordnung ab vernachlässigen kann. Die Darstellung (10) zeigt, wie man diese Schwierigkeiten vermeiden kann. Man interpoliert nicht die Standardintegrale selbst, sondern in den C-Funktionen, die sich gemäß (9b) mit ihren Differenzen normal verhalten, was man auch aus der obigen Tabelle der  $C_n(\varrho)$  durch Bildung der zweiten Differenzen sieht. Bei fünf Dezimalen Genauigkeit wird man dabei im allgemeinen mit quadratischer Interpolation auskommen. Mit den so bestimmten  $C_n$  berechnet man dann das gesuchte Integral nach (10) und (11).

# Das Auflösungsvermögen des Feldionenmikroskopes

VON ERWIN W. MÜLLER

Field Emission Laboratory, The Pennsylvania State University, University Park, U.S.A.  
(Z. Naturforschg. 11 a, 88—94 [1956]; eingegangen am 17. November 1955)

Eine Betrachtung des Auflösungsvermögens des Feldemissionsmikroskopes läßt den Betrieb mit Ionen an Stelle von Elektronen als vorteilhaft erscheinen. Einige Daten der Felddesorption und der Feldionenemission werden mitgeteilt und der Mechanismus dieser Effekte wird erläutert. Daraus ergibt sich eine Beziehung für das Auflösungsvermögen, die experimentell bestätigt wird. Helium erweist sich als besonders günstig für die Abbildung hochfester Metalloberflächen. Kühlung des Mikroskopes mit festem Stickstoff oder flüssigem Wasserstoff zur Erhöhung des Akkomodationskoeffizienten läßt die atomare Struktur des Objektes sichtbar werden. Benachbarte Wolframatome von 2,74 Å Abstand werden klar getrennt.

## 1. Das Auflösungsvermögen des Feldelektronenmikroskopes

Der kleinste Streukreisdurchmesser oder das Auflösungsvermögen<sup>1,2</sup> eines Feldelektronenmikroskopes (FEM) ist durch die Tangentialgeschwindig-

keit und die Beugung der Elektronen begrenzt. Die Wirkung der Beugung kann auch durch die Heisen-

<sup>1</sup> E. W. Müller, Z. Phys. 120, 270 [1943].  
<sup>2</sup> E. W. Müller, Ergebn. Exak. Naturw. XXVII, 290 [1953]. Siehe auch R. H. Good, jr. u. E. W. Müller, Handbuch der Physik, 2. Auflage, Band 21, 1956.



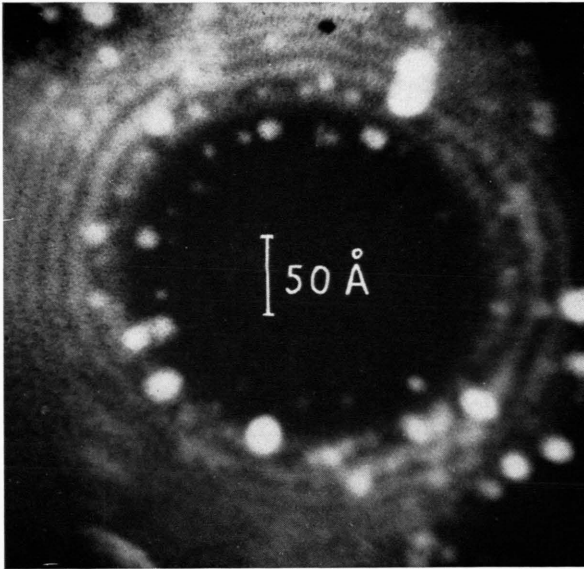


Abb. 3. Heliumionenbild der 011-Fläche und Vizinalen einer Wolframspitze mit einzelnen Gitterstufen von 011-Netzebenen. Spitzenradius  $r_0=1000$  Å, Spannung  $V=23$  kV, Gasdruck  $1,5 \cdot 10^{-2}$  mm,  $T=300^\circ$  K.

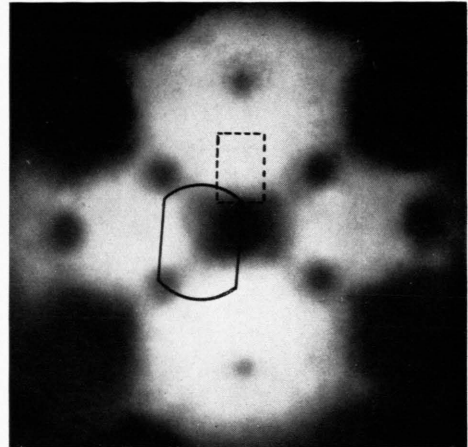


Abb. 5. Elektronenbild einer Wolframspitze von 1000 Å Radius,  $V=2,3$  kV bei  $1 \mu\text{A}$ , zur Veranschaulichung der Lage der in den folgenden Abb. wiedergegebenen Bildausschnitte. Die zentrale dunkle Fläche ist die 011-; die vier benachbarten sind 112-Flächen. Abb. 6 und 7 umfassen etwa das Gebiet mit der gerundeten Einrahmung, während Abb. 8 und 9 den punktiert gerahmten Teil wiedergeben.

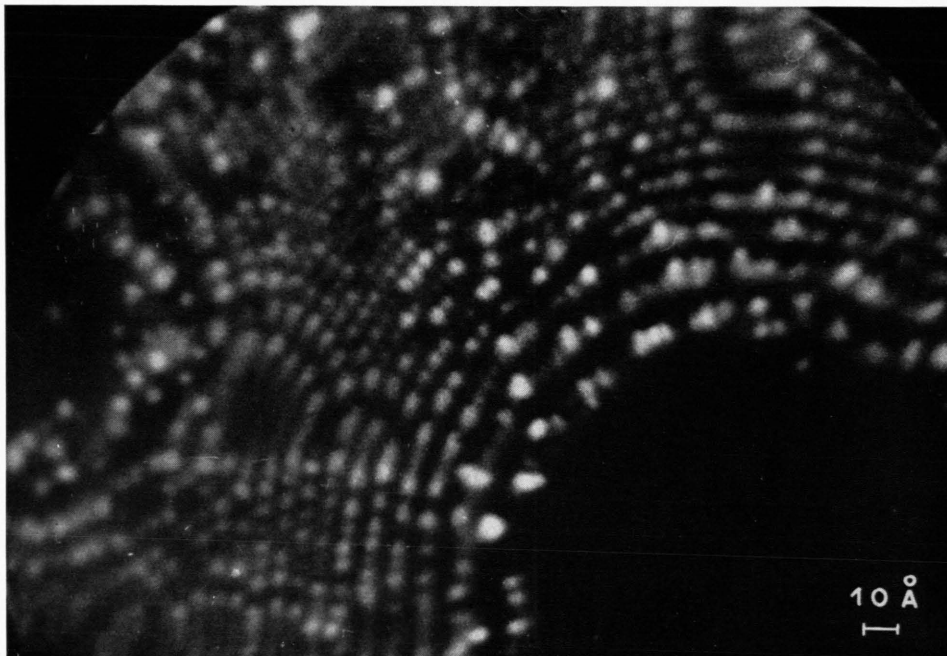


Abb. 6. Heliumionenbild eines Teils einer Wolframspitze,  $r_0=400$  Å,  $V=13,8$  kV,  $T=53^\circ$  K. Die Spitze wurde kurz vor der Aufnahme 2 sec bei  $1500^\circ$  K geglüht.

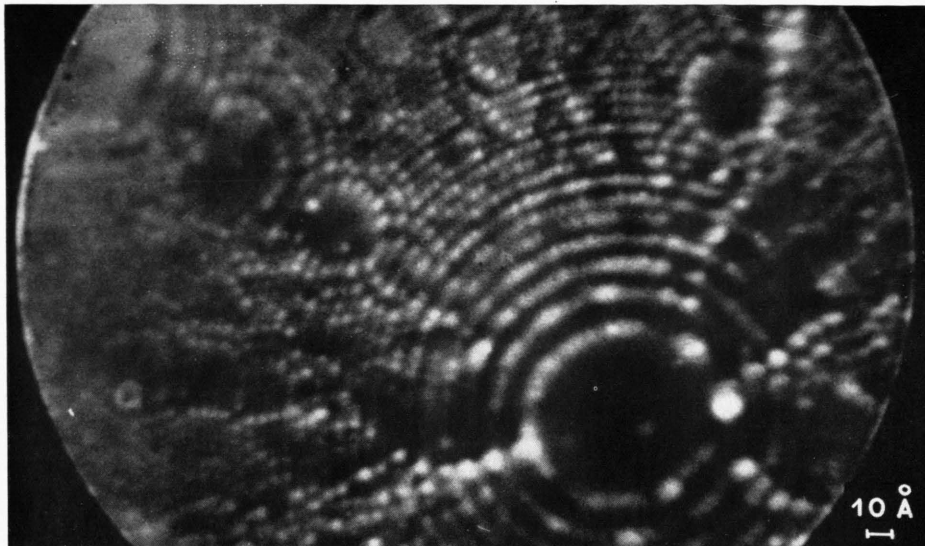


Abb. 7. Heliumionenbild einer Wolframspitze,  $r_0=470$  Å,  $V=15,8$  kV,  $T=21^\circ$  K. Unmittelbar vor der Aufnahme wurden durch Erhöhen der Spannung auf 22 kV etwa 10 Atomlagen der Oberfläche bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes verdampft. Belichtungszeit 15 min, F:2-Objektiv und Tri-X-Film.

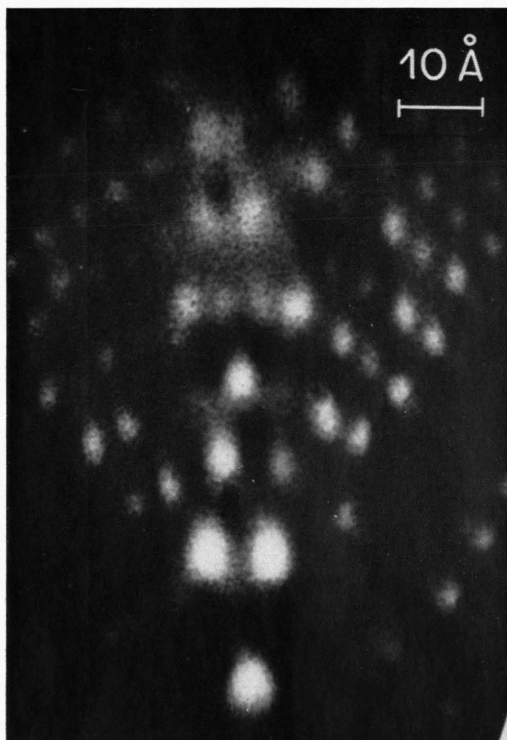


Abb. 8. Besonders stark vergrößertes Heliumionenbild des Gebietes zwischen 011 und 012.  $r_0=240$  Å,  $V=10$  kV,  $T=21^\circ$  K.

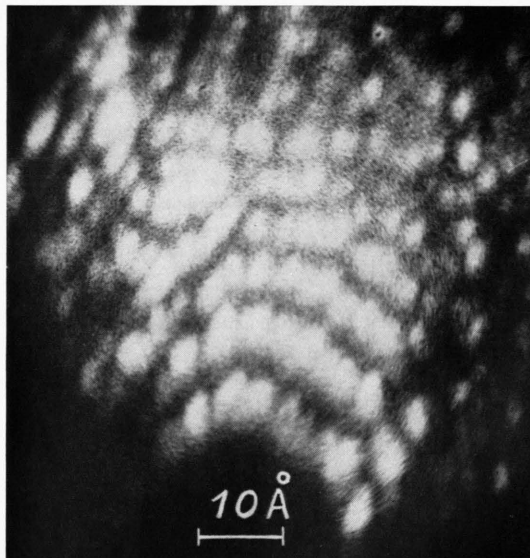


Abb. 9. Heliumionenbild eines Teiles einer Wolframspitze,  $r_0=220$  Å,  $V=8,4$  kV,  $T=60^\circ$  K,  $p=2 \cdot 10^{-2}$  mm. Am rechten Bildrand oberhalb der Mitte befinden sich zwei getrennte Punkte, deren Position relativ zu den Gitterstufen und in bezug auf die berechnete Vergrößerung eindeutig zeigt, daß es sich um Bilder zweier sich berührender Wolframatomte von  $2,74$  Å Mittelpunktsabstand handelt.



bergische Unbestimmtheitsbeziehung berücksichtigt werden. Mit der Vergrößerung

$$M = R/\beta r_0 \quad (1)$$

( $R$  = Abstand Spitze-Schirm,  $\beta \approx 1,5$  = geometrischer Bildkompressionsfaktor,  $r_0$  = Krümmungsradius der Spitze) erhält man die minimale Bildgröße  $\Delta_{\min}$  aus

$$\Delta_{\min}^2 = 4 \bar{v}_t^2 \tau^2 + 2 \hbar \tau M/m. \quad (2)$$

( $\tau = R(m/2eV)^{1/2}$  ist die Flugzeit des Elektrons,  $\bar{v}_t$  die mittlere Tangentialgeschwindigkeit,  $m$  und  $e$  sind Masse und Ladung des Elektrons,  $\hbar$  die durch  $2\pi$  dividierte Plancksche Konstante,  $V$  die Anodenspannung). Die objektseitige Auflösung erhält man durch Division der kleinsten Bildgröße durch die Vergrößerung

$$\delta = (2\beta^2 r_0^2 m \bar{v}_t^2 / eV + 2\hbar \beta r_0 / \sqrt{2emV})^{1/2}. \quad (3)$$

Nach Richter<sup>3</sup> ist das Voltäquivalent  $\varepsilon$  der mittleren Tangentialgeschwindigkeit bei der Feldemission

$$\varepsilon = 0,67 \cdot 10^{-8} F/\Phi^{1/2}. \quad (4)$$

( $F$  = Feldstärke an der Kathode in Volt/cm,  $\Phi$  = Austrittsarbeit in eV). Für Wolfram ist  $\varepsilon = 0,13$  eV bei  $F = 40$  MV/cm, und für einen typischen Spitzenradius von  $1000 \text{ \AA}$  ergibt sich das Auflösungsvermögen zu  $\delta = 23 \text{ \AA}$ . Mit kleiner werdendem Spitzenradius nimmt  $\delta$  zwar ab, aber wegen des zunehmenden Anteils der Beugung besteht kaum Aussicht, mit dem Feldelektronenmikroskop atomare Abstände aufzulösen.

Unter der Annahme, daß das FEM rein geometrisch eine bessere Auflösung haben könnte, wurde der Betrieb mit positiven Ionen an Stelle der Elektronen erdacht<sup>4</sup>. Von der Spitze kommende Ionen sollten eine viel kleinere Tangentialgeschwindigkeit  $v_t = \sqrt{2kT/m}$  aufweisen, und der zweite Summand in Gl. (3) könnte wegen der großen Ionenmasse vernachlässigt werden. Die experimentelle Verwirklichung des Feldionenmikroskopes erfolgte in einem mit Wasserstoff von geringem Druck gefüllten und mit positiver Spitze bei etwa 200 MV/cm betrieb-

nen FEM. Das Auflösungsvermögen war erheblich verbessert. Unter Berücksichtigung der durch die Arbeit von Drechsler und Henkel<sup>5</sup> möglichen genaueren Bestimmung des Spitzenradius ergaben die Experimente  $\delta = 6 \text{ \AA}$  für  $r_0 = 1100 \text{ \AA}$ .

## 2. Felddesorption und Feldionisation

Eine Metalloberfläche kann auf zwei ganz verschiedene Weisen durch eine hohe elektrische Feldstärke zur Emission positiver Ionen gebracht werden. Zuerst wurde die *Felddesorption*<sup>6</sup> an einem Bariumfilm beobachtet, der auf der Spitze eines FEM adsorbiert war. Je nach dem Bedeckungsgrad sind bei Zimmertemperatur 80 bis 140 MV/cm zur Desorption von den 011-Vizinalen eines Wolframkristalls innerhalb einiger Sekunden nötig. Felddesorption von Thorium erfordert unter den gleichen Bedingungen Felder zwischen 230 und 270 MV/cm. Bei adsorbiertem Stickstoff und Sauerstoff geht die zweite physikalisch gebundene Schicht bei etwa 350 bzw. 420 MV/cm weg<sup>7</sup>, während die chemisch gebundene Schicht in direktem Kontakt mit der Oberfläche erst bei etwa 500 MV/cm desorbiert wird. Dicht oberhalb dieser Feldstärke löst sich auch das Wolfram selbst in regelmäßiger Weise von den Netzebenenberandungen her auf. Diese Versuche bei Zimmertemperatur wurden im Falle von Barium, Thorium und Wolfram auch auf höhere Temperaturen ausgedehnt, und die Einwirkungszeit des Feldes wurde von  $10^{-6}$  bis 300 sec variiert. Alle Beobachtungen können quantitativ beschrieben werden als Verdampfung von Ionen über eine durch die Bildkraft verminderte Potentialschwelle<sup>8,9</sup>.

Die Desorption einer etwa monoatomaren Schicht liefert bei der Kleinheit der Spitzenoberfläche nur einen sehr geringen Stromstoß, der nicht zur Erzeugung eines Leuchtschirmbildes ausreicht. Wenn man das FEM mit einem adsorbierbaren Gas füllt, so kann man es durch Mikrosekundenimpulse (sekundlich etwa 1000 Impulse von je  $10^{-6}$  sec) als Desorptionsmikroskop betreiben. Die praktischen

an Barium für eine ähnliche Berechnung. Ihre Annahme einfach geladener Ba-Ionen verlangt eine Verdampfungswärme des neutralen Ba-Atoms von nur 1,6 eV, während doppelt geladene Ionen eine Verdampfungswärme von 4,7 eV ergeben würden, was den Experimenten besser entspricht. Die sehr niedrigen, leider nicht genau angegebenen Desorptionsfeldstärken in der zitierten Arbeit weisen darauf hin, daß nur Veränderungen in einer schwach gebundenen, oberflächenbeweglichen dritten Schicht beobachtet wurden.

<sup>3</sup> G. Richter, Z. Phys. **119**, 406 [1942].

<sup>4</sup> E. W. Müller, Z. Phys. **131**, 136 [1951].

<sup>5</sup> M. Drechsler u. E. Henkel, Z. Angew. Phys. **6**, 341 [1954].

<sup>6</sup> E. W. Müller, Naturwis. **29**, 533 [1941].

<sup>7</sup> E. W. Müller, Z. Elektrochem. **59**, 372 [1955].

<sup>8</sup> E. W. Müller, erscheint demnächst in Phys. Rev. **101**, März [1956].

<sup>9</sup> F. Kirchner u. G. Kirchner (Z. Naturforschg. **10a**, 394 [1955]) benutzen die Meßwerte des Verfassers<sup>2</sup>



Resultate waren aber bisher noch nicht zufriedenstellend. Trotz Anwendung einer Vorspannung zur Anziehung der neutralen Moleküle in den Impulspausen ist selbst bei  $10^{-2}$  mm Stickstoff die Intensität zu gering.

Eine konstante und ziemlich intensive (bis  $10^{-7}$  Amp.) *Feldionenemission* erhält man durch einen ganz anderen Mechanismus, wenn das gasgefüllte FEM mit Gleichspannung betrieben wird. Dieser Effekt wurde bei der Entdeckung<sup>4</sup> als Felddesorption gedeutet, jedoch zeigte die erste Beobachtung mit Wasserstoff auch gleichzeitig, daß bei sehr hoher Feldstärke Autoionisation bereits in einiger Entfernung von der Spitze stattfindet. Später wurde festgestellt, daß Feldionenemission mit den verschiedensten Gasen erhalten werden kann und zwar bei erheblich unterhalb der zur Felddesorption erforderlichen Feldstärke. Auch zeigte sich, daß nur schwach adsorbierbares Helium etwa die doppelte Feldstärke zur Ionenemission benötigt als stark adsorbierbarer Wasserstoff. Schließlich ergab die Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilung der Ionen in einem Massenspektrometer<sup>10</sup> oder, mit größerer Genauigkeit, in einer Gegenspannungsröhre<sup>11</sup>, daß die Ionen in einer gewissen, sehr kleinen Entfernung vor der Oberfläche der emittierenden Spitze entstehen.

### 3. Mechanismus der Feldionenemission<sup>12</sup>

Der Feldionenstrom kann als Produkt der Zahl der sekundlich auf die Spitze zueilenden Moleküle  $Z$  mit der Ionisierungswahrscheinlichkeit  $P$  und der Ionenladung  $e$  dargestellt werden. Wegen der Anziehung der durch Polarisierung gebildeten Dipole ist  $Z$  viel größer als die gaskinetische Stoßzahl auf die Oberfläche der Spitze. Man kann eine Einfangkugel vom Radius  $r_c$  definieren, innerhalb der die Dipolanziehung größer ist als die Zentrifugalkraft eines tangential einfallenden Moleküls:

$$-\alpha F(dF/dr) = m v^2/r_c \quad (5)$$

( $\alpha$  = Polarisierbarkeit). Das Feld in der Nähe der Spitze beschreiben wir durch die halb empirische Formel

$$F = 7,75 \cdot V r_0^{2/3}/r^{1/3}. \quad (6)$$

Setzen wir  $m v^2/2 = kT$  und berechnen wir die Stoßzahl auf die Einfangkugel beim Druck  $p$  (dyn/cm<sup>2</sup>) gaskinetisch, so ergibt sich

$$Z = 80 p \alpha^{3/4} V^{3/2} r_0/m^{1/2} k^{5/4} T^{5/4}. \quad (7)$$

Von diesen  $Z$ -Molekülen wird je nach der Feldstärke ein mehr oder weniger großer Teil ionisiert. Die Wahrscheinlichkeit des Austunnels eines Elektrons kann nur im Falle des Wasserstoffatoms streng berechnet werden<sup>13</sup>. Wir behandeln hier einfach den eindimensionalen Fall mit einem wasserstoffähnlichen Potentialtrichter. Das an einem Elektron in der Entfernung  $x$  von der Oberfläche wirkende Potential längs der kürzesten Verbindungslinie zum Ion (Radius  $a$ ) in der Entfernung  $l$  kann beschrieben werden als

$$V(x) = \frac{-e}{|l-x|-a} + Fx - \frac{e}{4x} + \frac{e}{l+x-a}, \quad (8)$$

wobei das erste Glied den Potentialtrichter des Ions und das zweite das äußere Feld darstellt. Der dritte Summand ist das Bildkraftpotential und der vierte beschreibt die Abstoßung des Elektrons durch das Bild des Ions im Metall. Die Wahrscheinlichkeit, den Potentialberg zu durchdringen, ist in bekannter Weise

$$D(l) = \exp\left\{-\sqrt{8em}/\hbar \quad (9)\right.$$

$$\left. \cdot \int_{x_1}^{x_2} (V(x) - Fl + V_I - e/4l)^{1/2} \cdot dx\right\}$$

( $V_I$  = Ionisierungspotential des Moleküls).  $D(l)$  wurde für Helium und Argon für eine Reihe von Feldstärkewerten durch graphische Integration berechnet. Um von dem linearen Fall auf den räumlichen überzugehen, wurde das Integral in Richtung  $\varphi$  zur Oberflächennormalen als  $(1/\cos \varphi)$ -mal größer angenommen. Über alle  $\varphi$  gemittelt (nur kleine Winkel interessieren) erhält man

$$A(l) = -D(l)/\ln D(l) \quad (10)$$

als Gesamtdurchlässigkeit des Potentialwalls. Die Ionisierungswahrscheinlichkeit  $P$  für das Austunnen eines Elektrons, während das Molekül sich mit einer durch die Dipolanziehung bestimmten Geschwindigkeit  $v = FV\alpha/m$  der Oberfläche von  $l$  zu

<sup>10</sup> M. G. Inghram u. R. Gomer J. Chem. Phys. **22**, 1279 [1954].

<sup>11</sup> E. W. Müller u. K. Bahadur, Bull. Amer. Phys. Soc. **30**, 25 [1955], und Phys. Rev. **101**, März [1956].

<sup>12</sup> Die folgende Betrachtung wurde auf dem Feldemissionssymposium in Pittsburgh (Nov. 1954) vorgetragen und ist auch im „Report on 15th Annual Conference on Physical Electronics, MIT“ (März 1955) abgedruckt.

<sup>13</sup> J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **31**, 67 [1928].

$(l-1)\text{\AA}$  nähert, wird erhalten, indem man  $\Delta(l)$  mit der Umlauffrequenz des Elektrons und der Verweilzeit im  $1\text{\AA}$  langen Wegelement multipliziert. Die Frequenz ergibt sich für Argon zu  $\nu = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ sec}^{-1}$ , wenn man das Bohrsche Atommodell und Finkelburgs effektive Kernladungen<sup>14</sup> benutzt. Abb. 1 gibt die so berechneten Ionisierungswahrscheinlichkeiten. Integration dieser Kurven über alle  $l$  unter Berücksichtigung des Feldstärkeabfalls mit zunehmendem Abstand von der Spitze nach Gl. (6) liefert nach Multiplikation mit  $eZ$  den von den einfallenden Gasmolekülen herrührenden Ionenstrom. Die noch nicht ionisierten Moleküle gehen nach der Reflexion an der Oberfläche wieder durch die Ionierungszone und zwar wegen der diffusen Reflexion unter größeren Winkeln zur Normalen als beim Eintreffen, so daß die Verweilzeit in der Ionierungszone auf dem Rückweg im Mittel doppelt so groß ist wie beim Anflug. Der gesamte Feldionenstrom ist dann 3-mal so groß wie der von den ankommenden Molekülen allein herrührende. Auf diese Weise berechnete Strom-Feldstärke-Kennlinien stimmen sehr gut mit den gemessenen Werten überein<sup>15</sup>.

#### 4. Das Auflösungsvermögen des Feldionenmikroskopes

Für das Problem des Auflösungsvermögens sind zwei Eigenschaften des Ionisierungsmechanismus von besonderer Bedeutung: 1. Ionisierung kann nur jenseits einer gewissen Mindestentfernung von der Oberfläche erfolgen. Wenn sich das Gasmolekül zu weit genähert hat, liegt der Grundzustand seiner Elektronen unterhalb des Fermi-Niveaus im Metall, wo alle Zustände besetzt sind. Das Feldionenmikroskop kann daher nur soviel Einzelheiten der Oberflächenstruktur abbilden, als Unterschiede in dem lokalen Potentialprofil zwischen der Ionierungszone jenseits der Fermi-Schwelle und der Oberfläche erhalten sind. Helium ist nach Abb. 1 viel günstiger als Argon, weil die Schwelle der Ionierungszone dichter an der Oberfläche liegt. 2. Die beim Anflug nicht ionisierten Moleküle treffen auf die Oberfläche mit einer mittleren kinetischen Energie  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T + \frac{1}{2} \alpha F^2$  auf und werden wegen des kleinen Akkommodationskoeffizienten mit dieser Energie diffus reflektiert. Ihre mittlere tangen-

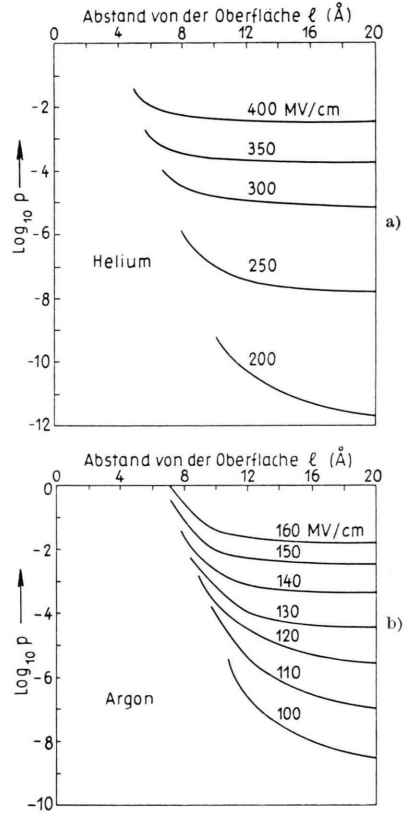


Abb. 1. Wahrscheinlichkeit  $P$  der Ionisierung eines durch die Polarisation angezogenen Atoms auf dem Wegelement von  $1\text{\AA}$  als Funktion der Entfernung von der Oberfläche; a) für Argon, b) für Helium.

tiale Geschwindigkeit  $\bar{v}_t$  bestimmt sich aus  $\frac{1}{2} m \bar{v}_t^2 = \frac{1}{16} \pi^2 (\frac{3}{2} k T + \frac{1}{2} \alpha F^2)$ , und das Auflösungsvermögen wird dann nach Gl. (3) und unter Vernachlässigung der Beugung

$$\delta = \pi \beta r_0 \sqrt{(3 k T + \alpha F^2) / 8 e V}. \quad (11)$$

Für praktische Zwecke kann man  $V$  als Funktion von  $F$  aus Gl. (6) entnehmen, womit man eine gute Näherung erhält:

$$\delta = \pi \beta r_0^{2/3} \sqrt{(3 k T + \alpha F^2) / e F}. \quad (12)$$

Das mit verschiedenen Gasen erhaltliche Auflösungsvermögen ist nach dieser Formel in Abb. 2 dargestellt. Als Feldstärke wurden  $350\text{ MV/cm}$  für Helium und  $180\text{ MV/cm}$  für Argon und Wasserstoff eingesetzt. Zum Vergleich ist auch  $\delta$  für Elektronen nach Gl. (3) und für typische Feldstärken zwischen  $35$  und  $50\text{ MV/cm}$  berechnet worden. Helium ist

<sup>14</sup> W. Finkelburg, Einführung in die Atomphysik, Springer-Verlag 1954, S. 145.

<sup>15</sup> E. W. Müller, erscheint demnächst in Phys. Rev. **101**, März [1956].

wegen seiner besonders kleinen Polarisierbarkeit ( $\alpha_{\text{He}} = 0,2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$ ,  $\alpha_{\text{A}} = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$ ) und wegen des hohen Ionisierungspotentials das günstigste Gas<sup>16</sup>. Die Betriebsfeldstärke sollte recht hoch

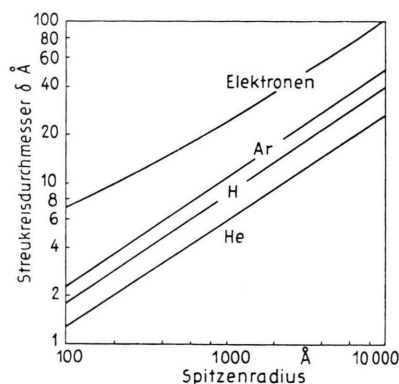


Abb. 2. Berechnetes Auflösungsvermögen des Feldemissionsmikroskopes für Betrieb mit Elektronen, Argon-, Wasserstoff, und Heliumionen bei Zimmertemperatur.

gewählt werden, um die Ionisationsschwelle so dicht als möglich an die Oberfläche heranzubringen. Die lokale Feldstärkeerhöhung durch hervorspringende Gitterstufen dürfte die Schwelle günstigsten Falles bis auf ungefähr  $4 \text{ Å}$  annähern. Bei allzu hohem Feld wird jedoch der Untergrund des Bildes durch die schon in weiter Entfernung erfolgende Autoionisation so stark aufgehellert, daß schließlich der Kontrast oberhalb  $500 \text{ MV/cm}$  unzureichend wird. Bei dieser Feldstärke verdampft auch die Wolframspitze selbst bei Zimmertemperatur mit der Geschwindigkeit<sup>8</sup> von etwa einer Atomlage/sec.

## 5. Experimentelle Ergebnisse

Der in Gl. (12) abgeleitete Streukreisdurchmesser  $\delta$  stellt das potentielle Auflösungsvermögen in der Ionisierungszone dar. Wieviel davon bei der Beobachtung von Oberflächendetails benutzbar wird, kann schwer genau angegeben werden. Zweifellos sollten die Gitterstufen, die die 011-Fläche des Spitzenkristalls konzentrisch umgeben, das Potentialprofil noch bis zu der Ionisationszone in  $4$  bis  $6 \text{ Å}$  Abstand von der Oberfläche genügend differenzieren, um einen ausreichenden Kontrast im Ionen-

bild zu ermöglichen. Die experimentelle Erfahrung bestätigt dies ebenso wie die vorausgesehene Abhängigkeit von der Art des Gases.

Drechsler, Pankow und Vanselow<sup>17</sup> zeigen z. B. Abbildungen von Wolframspitzen durch Wasserstoffionen, wobei mit Spitzenradien von etwa  $1800 \text{ Å}$  bzw.  $650 \text{ Å}$  Auflösungen von  $20 \text{ Å}$  bzw.  $7 \text{ Å}$  aus der Bildunschärfe festgestellt werden. An anderer Stelle zeigen Drechsler und Pankow<sup>18</sup> ein Heliumionenbild einer Spitze von  $500 \text{ Å}$  Radius, für das ein Auflösungsvermögen von  $4 \text{ Å}$  angegeben wird. Verfasser konnte auf der Originalkopie etwa 4 Gitterstufen andeutungsweise erkennen, deren Abstände aus strukture geometrischen Gründen  $11,1$  bis  $6,7 \text{ Å}$  betragen sollten. In Abb. 3\* ist ein ähnliches Heliumionenbild der 011-Fläche und ihrer Vizinalen wiedergegeben, das im Original etwa 10 Stufen zeigt. Aus dem Winkelbereich, den sie auf dem Schirm in bezug auf die benachbarten 112-Flächen einnehmen, folgt eindeutig, daß es sich um atomare Stufen handelt. Die einzelnen Atome, die in Kettenform längs der Stufen liegen sollten, sind in diesen Bildern nicht zu sehen. Andeutungen davon erscheinen auf Abbildungen von sehr viel schärferen Spitzen. Da aber die Helligkeit der Bilder mit mehr als der dritten Potenz des Spitzenradius abnimmt, sind Ionenbilder unterhalb  $200 \text{ Å}$  Radius schwer zu photographieren; die Herstellung feinerer Spitzen ist kein Problem.

Erniedrigung der Temperatur sollte nach Gl. (12) keine wesentliche Verbesserung des Auflösungsvermögens bringen, da z. B. für Helium bei einer Feldstärke von  $400 \text{ MV/cm}$  schon bei Zimmertemperatur  $3kT$  etwa 3-mal kleiner ist als  $\alpha F^2$ . Glücklicherweise wird jedoch der Streukreisdurchmesser wesentlich durch die große Tangentialkomponente nach der elastischen Reflexion der Atome bestimmt, die sie nach der Ionisierung beibehalten. Wenn man daher durch genügend starke Kühlung der Spitze den Akkommodationskoeffizienten nahezu auf 1 bringt, d. h. wenn die Atome erst nach einer längeren Verweilzeit wieder verdampfen können, werden sie nur noch die kinetische Energie  $\frac{3}{2}kT_{\text{Spitze}}$  besitzen. Läßt man versuchsweise in Gl. (12) den Term  $\alpha F^2$  weg, so ergibt sich für  $r_0 = 1000 \text{ Å}$  und  $F = 400 \text{ MV/cm}$  ein Streukreisdurchmesser von

<sup>16</sup> E. W. Müller, Deutsches Patent Nr. 868 030 von 1951.

<sup>17</sup> M. Drechsler, G. Pankow u. R. Vanselow, Z. Phys. Chem. 4, 249 [1955].

<sup>18</sup> M. Drechsler u. G. Pankow, Proc. Conf. Electron Microscopy, London 1955.

\* Abb. 3 und 5–9 auf Tafel S. 92 a und b.



1,5 Å bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs, vorausgesetzt, daß diese Temperatur zur vollständigen Akkommodation tief genug ist. Hierbei handelt es sich natürlich wieder um die potentielle Auflösung in der Ionisierungszone.

Das Eintauchen eines ganzen FEM in flüssige Luft ist vom Verfasser vor langer Zeit als bequeme Methode zur Untersuchung von Adsorptionsvorgängen eingeführt worden<sup>2</sup>. Bei der großen Bildschärfe des Feldionenmikroskopes ist es jedoch wünschenswert, den Leuchtschirm ungestört durch Dewar-Gefäßwände und Vereisung photographieren zu können. Deshalb wird die in Abb. 4 dargestellte Konstruktion verwendet. Bereits durch Kühlung mit flüssigem Stickstoff wird eine erhebliche Verbesserung des Auflösungsvermögens erzielt. Netzebenenberandungen erscheinen jetzt perlschnurartig auf der ganzen Spitzenhalbkugel. Abb. 5 zeigt zum Ver-

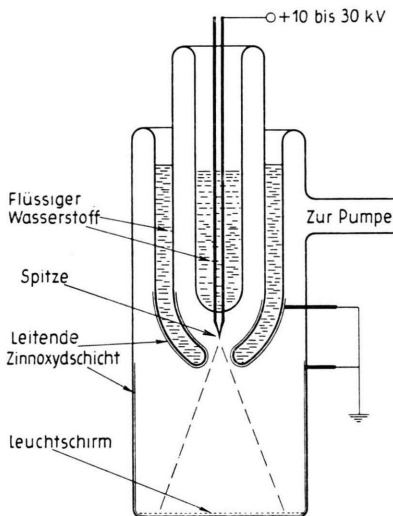


Abb. 4. Ionenmikroskop für Betrieb mit Kühlung durch flüssigen Stickstoff oder flüssigen Wasserstoff.

gleich das Elektronenbild einer Wolframspitze von 1000 Å Radius und Abb. 6 einen kleinen Teil der Oberfläche einer anderen Spitze von nur 400 Å Radius. Anscheinend ist bei reinem Wolfram die volle Akkommodation der Heliumatome erst bei einer etwas tieferen Temperatur erreicht. Durch Abpumpen wurde daher der Stickstoff im inneren Teil der Röhre verfestigt und bis auf  $-220^{\circ}\text{C}$  abgekühlt, was eine weitere Verbesserung der Bildschärfe herbeiführte. Noch tiefere Kühlung mit flüssigem Wasserstoff scheint dagegen nicht nötig zu sein. Abb. 7 und Abb. 8, die auf diese Weise hergestellt wurden, weisen etwa dasselbe Auflösungsvermögen auf, das

auch mit festem Stickstoff erreicht werden kann. Tatsächlich ist der kleinste bisher getrennte Abstand zweier sich berührender Wolframatomkerne, 2,74 Å, mit Stickstoffkühlung erhalten worden (Abb. 9). Kleinere Abstände kommen auf einer reinen W-Oberfläche nicht vor; Versuche mit Wolframkarbid sind im Gange.

Man ist geneigt, mit der Auflösung der Gitterdimensionen ein regelmäßiges Netzwerk von geraden Atomketten zu erwarten. Abb. 8 gibt eine Andeutung davon. Das Feldionenmikroskop bildet tatsächlich jedoch die Gebiete hoher Lokalfeldstärke ab, d. h. von Netzebenenberandungen hervorstehende Atome. Diese sind in Abb. 10 schwarz gezeichnet, während die in gerader Linie oder in einer einspringenden Ecke liegenden Atome der Stufe schraffiert sind. Die stark schraffierten, von den Nachbarn nicht zu sehr abgeschirmten Atome könnten vielleicht gerade noch sichtbar werden. Abstände von zwei sich berührenden Atomen (2,74 Å) werden nur selten in günstiger Lage vorkommen. Häufiger dagegen 3,16 Å (Würfelkante) und besonders 4,47 Å (Flächendiagonale) sowie die nächst größeren Abstände 5,25 Å usw. Im ganzen gesehen kann eine nur durch die „schwarzen“

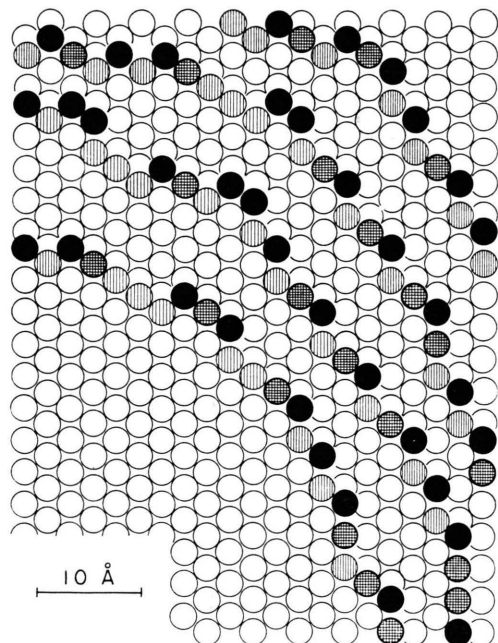


Abb. 10. Schematische Darstellung von vier 011-Netzebenenberandungen. Die schwarzen Atome und möglicherweise die gekreuzt schraffierten erzeugen bis zu der etwa 5 Å darüber beginnenden Ionisierungszone noch genügend starke lokale Unterschiede im Potentialprofil, um im Ionenbild sichtbar zu werden.

Atome abgebildete Stufe ziemlich stetig gekrümmt erscheinen.

Die Deutung der eben sichtbar gemachten Struktur der Oberfläche und insbesondere ihrer Unregelmäßigkeiten erfordert weitere Untersuchungen. Es sei hier nur noch bemerkt, daß die Oberflächen vermutlich ziemlich rein sind. Wenn eine Anzahl von Atomlagen durch Feldverdampfung bei Wasserstofftemperatur (etwa 570 MV/cm) abgetragen worden sind und dann das Feld zur Aufnahme des Ionenbildes auf etwa 400 MV/cm abgesenkt wird, haben Fremd-

moleküle keine Möglichkeit, die Oberfläche zu erreichen und dort adsorbiert zu werden, weil sie wegen ihrer im Vergleich zum Helium niedrigeren Ionisierungspotentiale schon weit vor der Spitze ionisiert und vom Feld weggeführt werden.

Herr Dr. Kanwar Bahadur hat durch unermüdliche Mitarbeit bei den numerischen Berechnungen und den Experimenten viel zum Zustandekommen dieser Arbeit beigetragen, wofür ihm auch hier bestens gedankt sei. Mein Dank gebührt auch dem Office of Scientific Research of the Air Research and Development Command für finanzielle Unterstützung der Arbeit.

## NOTIZEN

### Schalenmodellkoppelung und Winkelverteilung der Reaktion $C^{13}(p\gamma)N^{14}$ \*

Von O. Hittmair

School of Physics, University of Sydney

(Z. Naturforsch. 11 a, 94—95 [1956]; eingeg. am 6. November 1955)

Die Winkelverteilung von Kernreaktionen drückt sich ganz allgemein in zwei Teilen aus<sup>1</sup>, von denen der eine nur von den Transformationseigenschaften der betreffenden physikalischen Größen bei der dreidimensionalen Drehungsgruppe abhängt, wogegen der andere die spezifische Wechselwirkung dieser Größen selbst ausdrückt. Während sich der erste, geometrische Teil exakt angeben läßt, ist der zweite, physikalische Teil nur im Rahmen unserer lückenhaften Kenntnis von Kernwechselwirkungen und -wellenfunktionen bestimmbar. Bei einer Kernreaktion, die Absorption oder Emission von Nukleonen wohlbestimmten Bahndrehimpulses in wohlbestimmte Kernniveaus in sich schließt, drückt sich dieser physikalische Teil in den statistischen Gewichten der beiden Spinrichtungen aus, mit denen das Nukleon im allgemeinen in die Reaktion eingehen kann.

Ist nun das Schalenmodell auf die betreffenden Kernniveaus anwendbar, so bestimmt die Koppelungsart die beiden Spingewichte in diesem Falle vollständig. Bei Verwendung des Kanalspins  $s$ , der die Vektorsumme von Nukleon- und Kernspin darstellt, ergeben sich diese statistischen Kanalgewichte für  $LS$ -Koppelung als

$$(V_s^{(LS)})^2 = [(-1)^{L_0+l-L} U(L_0 S_0 s \frac{1}{2}, JS) U(IL_0 JS, Ls)]^2. \quad (1)$$

Die  $U$  sind normierte Racah-Koeffizienten. Spingrößen

des Anfangskerns tragen den Index Null. Für  $jj$ -Koppelung folgt

$$(V_s^{(jj)})^2 = [(-1)^{J_0+\frac{1}{2}-s} U(l \frac{1}{2} J J_0, js)]^2. \quad (2)$$

Christy<sup>2</sup> berechnete Winkelverteilungen auf dieser Basis. Man muß jedoch berücksichtigen, daß reine  $LS$ - oder  $jj$ -Koppelung die Niveaus leichter Kerne nur unvollkommen wiedergibt und man auf Zwischenkoppelung angewiesen ist<sup>3</sup>. Von  $LS$ -Wellenfunktionen ausgehend macht diese das Diagonalisieren der Wechselwirkungsmatrix  $\langle H \rangle = \langle H_1 \rangle + \zeta \langle H_2 \rangle$  notwendig, wo  $H_1$  die Zentralwechselwirkung darstellt,  $\zeta$  den Zwischenkoppelungsparameter des betreffenden Kerns und  $H_2$  die Spin-Bahn-Wechselwirkung. Durch das Diagonalisieren werden den Niveaus nicht nur die richtigen Eigenwerte zugewiesen, sondern auch die richtigen Linearkombinationen von  $LS$ -Wellenfunktionen. Ihre Koeffizienten seien mit  $C_{\alpha LS}^{JT}(\zeta)$  bezeichnet, wo sich  $T$  auf den isotonen Spin und  $\alpha$  auf die Partition der Wellenfunktion bei der symmetrischen Gruppe beziehen.

Die reduzierte Breite eines Nukleonübergangs zwischen zwei Niveaus wird nun zu

$$\gamma^2 = n \gamma(l)^2 \sum_s \beta_s^2, \quad (3)$$

wo  $n$  die Gesamtzahl der Nukleonen bedeutet,  $\gamma(l)^2$  der im wesentlichen unbekannte radiale Teil der reduzierten Breite ist, und die  $\beta_s$  bei Verwendung der Koeffizienten fraktionellen Ursprungs<sup>4</sup> folgende Form haben:

$$\beta_s = \sum_{\alpha_0 L_0 S_0 \alpha LS} C_{\alpha LS}^{JT}(\zeta) C_{\alpha_0 L_0 S_0}^{J_0 T_0}(\zeta_0) \cdot \langle \alpha L S T | \alpha_0 L_0 S_0 T_0 \rangle V_s^{(LS)}. \quad (4)$$

Nur die  $\beta_s^2$  gehen in die Winkelverteilung der betrachteten Kernreaktionen ein, für die die Reaktion  $C^{13}(p\gamma)N^{14}$  eines vieler Beispiele bildet. Sie wurde

<sup>1</sup> M. Blatt u. L. C. Biedenharn, Rev. Mod. Phys. 24, 258 [1952].

<sup>2</sup> R. F. Christy, Phys. Rev. 89, 839 [1953].

<sup>3</sup> D. R. Inglis, Rev. Mod. Phys. 25, 390 [1953]; A. M. Lane, Proc. Phys. Soc., Lond. A 66, 977 [1953].

<sup>4</sup> H. A. Jahn u. H. Van Wieringen, Proc. Roy. Soc., Lond. A 209, 502 [1951].